PETA KENDALI ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE

ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE CONTROL CHART

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

PETA KENDALI ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE

ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE CONTROL CHART

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI

PROGRAM STUDI MAGISTER MATEMATIKA

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

PETA KENDALI ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE

Tesis

Sebagai Salah Satu Syarat untuk Mencapai Gelar Magister

Program Studi

Matematika Terapan

Disusn dan diajukan oleh

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI

kepada

FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM

UNIVERSITAS HASANUDDIN

MAKASSAR

2021

TESIS

PETA KENDALI ZERO-INFLATED GENERALIZED POISSON EXPONENTIALLY WEIGHTED MOVING AVERAGE

Disusun dan diajukan oleh

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI

Nomor Pokok H022181007

Telah dipertahankan di depan Panitia Ujian Tesis
pada tanggal 27 Agustus 2021

Menyetujui
Komisi Penasehat,

Dr. Erna Tri Herdiani, M. Si
Ketua

Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si
Anggota

Ketua Program Studi
Matematika Terapan,

Dr. Muhammad Zakir, M.Si

Dekan Fakultas MIPA
Universitas Hasanuddin

Dr. Eng Amiruddin, M.Si

PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Yang bertanda tangan dibawah ini:

Nama	: L.M. Jamaluddin Al Afgani
Nomor mahasiswa	: H022181007
Program Studi	: Matematika Terapan

Menyatakan dengan sebenarnya bahwa tesis yang saya tulis ini benar-benar merupakan hasil karya saya sendiri, bukan merupakan pengambilan tulisan atau pikiran orang lain. Apabila dikemudian hari terbuksti bahwa sebagian atau kesseluruhan tesis ini karya orang lain, saya bersedia menerima sanksi atas perbuatan tersebut.

Makassar, 27 Agustus 2021

Yang menyatakan

L.M. Jamaluddin Al Afgani

PRAKATA

Puji syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT. atas berkat, rahmat dan karunia-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan tesis yang berjudul "Peta Kendali Zero-Inflated Generalized Poisson Exponentially Weighted Moving Average". Tesis ini disusun sebagai syarat untuk memperoleh gelar Magister pada Program Studi Matematika Terapan Pascasarjana Universitas Hasanuddin.

Penulisan tesis ini dapat terselesaikan berkat bantuan dan motivasi dari berbagai pihak. Penulis menyampaikan terima kasih yang sebesarbesarnya kepada kedua orang tua, Muhammad Rizal dan Andi Dajeng atas segala dukungan dan doanya. Penulis dengan tulus juga menyampaikan terima kasih kepada Dr. Erna Tri Herdiani, M.Si. dan Dr. Nurtiti Sunusi, M.Si. sebagai Komisi Penasehat atas bantuan dan bimbingannya dalam menyelesaikan tesis ini. Terima kasih juga penulis sampaikan kepada Prof. Dr. Aidawayati Rangkuti, M.S., Dr.Amran, M.Si., dan Dr. Sri Astuti Thamrin, M.Stat., atas kritik dan sarannya untuk kesempurnaan tesis ini, serta kepada Dr. Muhammad Zakir, M.Si. selaku Ketua Program Studi.

Tak lupa pula penulis sampaikan terima kasih kepada seluruh dosen pada program studi matematika terapan FMIPA Universitas Hasanuddin yang telah mendidik, membimbing dan mencurahkan ilmuilmunya kepada penulis, teman-teman pascasarjana matematika atas vi bantuan dan motivasinya, serta kepada semua pihak yang namanya tidak tercantum tetapi telah banyak membantu penulis dalam menyelesaikan tesis ini.

Penulis telah berusaha sebaik mungkin dalam penulisan tesis ini. Namun, penulis menyadari bahwa tesis ini masih jauh dari kesempurnaan. Oleh karena itu, dengan segala kerendahan hati penulis senantiasa menerima segala kritikan dan saran dari pembaca demi kesempurnaan tesis ini. Akhirnya, penulis berharap tesis ini dapat bermanfaat baik terhadap penulis, para pembaca maupun perkembangan Ilmu Pengetahuan. Atas perhatiannya, penulis haturkan terima kasih.

Makassar, 27 Agustus 2021

L.M. Jamaluddin Al Afgani

ABSTRAK

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI. Peta Kendali Zero-Inflated Generalized Poisson Exponential Moving Average (dibimbing oleh Erna Tri Herdiani dan Nurtiti Sunusi).

Distribusi *Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)* merupakan distribusi yang terjadi dimana pada data diskrit terdapat nilai nol yang begitu banyak dan terjadi *overdispersi* yaitu variansi lebih besar dari nilai mean. Adapun tujuan penelitian ini adalah menentukan peta kendali *Exponential Weight Moving Average* (*EWMA*) dengan asumsi data berdistribusi *ZIGP* dan membandingkannya dengan peta kendali ZIP EWMA.

Hasil penelitian menunjukan bahwa berdasarkan nilai ARL peta kendali ZIGP EWMA dan peta kendali ARL ZIGP EWMA dapat disimpulkan bahwa peta kendali ZIGP EWMA memiliki keakuratan yang lebih baik jika dibandingkan dengan peta kendali ZIP EWMA pada data berdistribusi ZIGP untuk kasus underdispersi. Hal ini ditunjukan dengan nilai ARLnya yang lebih kecil dibanding dengan peta kendali ZIP EWMA yaitu pada saat $\varphi = 0{,}6$. Namun pada data overdipersi, peta kendali ZIP EWMA menunjukan kinerja yang lebih baik dibandingkan dengan peta kendali ZIGP EWMA . Hal ini dapat menghilangkan atau mengurangi kesalahan dalam menganalisis keakuratan peta kendali

Kata Kunci : *Overdispersi, Underdispersi,*distribusi *Poisson,* distribusi *Generalized Poisson (GP),* distribusi *Zero-Inflated Poisson (ZIP),* distribusi *Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)*, peta kendali kendali *EWMA.*

ABSTRACT

L.M. JAMALUDDIN AL AFGANI. Zero Inflated Generalized Poisson Exponentially Moving Average Control Chart (supervised by Erna Tri Herdiani and Nurtiti Sunusi).

The Zero-Inflated Generalized Poisson (*ZIGP*) distribution is a which occurs in discrete data when discrete data has a large number of zeros and an overdispersion occurs, i.e. the variance is greater than the mean value. The purpose of this study is to determine the *Exponential Weight Moving Average* (*EWMA*) control chart with the assumption that the data has a *ZIGP* distribution.

The results showed which based on the ARL value of ZIGP EWMA control chart and ZIP EWMA control chart, then ZIGP EWMA control chart has better accuracy when compared to ZIP EWMA control chart on ZIGP distribution for underdispertion cases. This is indicated by the ARL of ZIGP EWMA control chart is smaller than ARL ZIP EWMA control chart when $\varphi = 0.6$. But, for overdispertion cases, ZIP EWMA control chart has given better permonce compared to ZIGP EWMA control chart. With this results, it can be eliminate or reduce errors in analyzing the accuracy of the control chart.

Keywords *: Overdispersion, Underdispersion, Poisson* distribution, *Generalized Poisson* distribution (*GP*), *Zero-Inflated Poisson* distribution (*ZIP*), *Zero-Inflated Generalized Poisson* distribution (*ZIGP*), *EWMA* control chart

DAFTAR ISI

Halaman

HALAMAN JUDUL i

HALAMAN PENGAJUAN ii

HALAMAN PERSETUJUAN iii

PERNYATAAN KEASLIAN iv

PRAKARTA v

ABSTRAK vii

ABSTRACT viii

DAFTAR ISI ix

DAFTAR TABEL xii

DAFTAR GAMBAR xiii

DAFTAR LAMPIRAN xiv

BAB I PENDAHULUAN

A. Latar Belakang 1

B. Rumusan Masalah 5

C. Batasan Masalah 5

D. Tujuan Penelitian 6

E. Manfaat Penelitian 6

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

A. Ekpektasi, Kovarian dan Varians Jumlah Variabel Acak 7

B. Distribusi Poisson-Lexis 9

C. Distribusi Generalized Binomial 10

D. Distribusi Zero-Inflated Poisson 10

E. Distribusi Generalized Poisson 12

F. Distribusi Zero-Inflated Generalized Poisson... 13

G. Underdispersi dan Overdispersi 14

H. Peta Kendali Exponentially Moving Average (EWMA) 14

I. Peta Kendali Poisson Exponentially Moving Average (Poisson EWMA) 15

J. Pengertian Average Run Length 17

K. Average Run Length Markov Chain 18

L. Penelitian Terdahulu 20

M. Alur Penelitian 22

N. Definisi Operasional 24

BAB III METODOLOGI PENELITIAN

A. Rancangan Penelitian 26

B. Lokasi dan Waktu Penelitian 26

C. Objek Penelitian 26

D. Metode Analisi 27

BAB IV HASIL PENELITIAN DAN PEMBAHASAN

A. Distribusi Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP) 29

B. Peta Kendali ZIGP EWMA 40

C. Studi Kasus 47

BAB V PENUTUP

A. Kesimpulan 58

B. Saran 58

DAFTAR PUSTAKA 59

DAFTAR TABEL

Halaman

Tabel 2.1. Daftar Penelitian Terdahulu 20

Tabel 4.1. Batas Kendali Peta Kendali EWMA ZIP 48

Tabel 4.2. Nilai ARL EWMA ZIP 51

Tabel 4.3. Batas Kendali Peta Kendali ZIGP EWMA 54

Tabel 4.4. Nilai ARL ZIGP EWMA 54

Tabel 4.5. Perbandingan Nilai ARL ZIP EWMA dan ZIGP EWMA 56

DAFTAR GAMBAR

Halaman

Gambar 2.1. Bagan kerangka konseptual 24

Gambar 4.1. Bagan jenis data simulasi 47

Gambar 4.2. Nilai ARL EWMA ZIP 52

Gambar 4.3. Nilai ARL EWMA ZIGP 55

DAFTAR LAMPIRAN

Halaman

Lampiran 1. Syntax program Matlab Pembangkit data berdistribusi ZIGP 63

Lampiran 2. Hasil Syntax program Matlab Pembangkit data berdistribusi ZIGP 64

Lampiran 3. Syntax program Matlab Batas kontrol dan ARL Peta Kendali ZIGP 67

Lampiran 4. Hasil Syntax program Matlab Batas kontrol dan ARL Peta Kendali ZIGP 69

Lampiran 5. Syntax program Matlab Batas kontrol dan ARL Peta Kendali ZIP 70

Lampiran 6. Hasil Syntax program Matlab Batas kontrol dan ARL Peta Kendali ZIP 72

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pengendalian kualitas statistik atau *Statistical Quality Control* (SQC) merupakan suatu teknik untuk mengendalikan atau mengontrol produksi dengan tujuan agar produk yang dihasilkan memiliki kualitas yang telah ditentukan sebelumnya. Salah satu metode atau teknik untuk melakukan pengendalian statistik yaitu dengan peta kendali. Peta kendali (*Control Chart*) digunakan untuk mengontrol sebuah proses agar berjalan stabil dan mendeteksi adanya variasi atau penyimpangan dalam proses. (Montgomery, 2009).

Saat ini, peta kendali telah banyak digunakan dalam berbagai bidang terutama sektor industri dan proses manufaktur untuk memantau kualitas dari proses produksi. Data kualitas yang dihasilkan dari proses produksi tidak selalu dalam bentuk data kontinyu tapi juga dalam bentuk data atribut. Data atribut dapat dihasilkan ketika memonitor urutan jumlah diskrit seperti memeriksa jumlah item yang rusak per unit. Data hitungan ini sering dimodelkan dengan distribusi Poisson (Abujiya dkk. 2016). Secara kuhusus, pada tesis ini akan dilakukan kajian mengenai peta kendali atribut.

Peta kendali pertama kali diperkenalkan oleh DR. Walter A. Shewhart dari *Bell Telephone Laboratories,* Amerika Serikat,tahun 1924 (Montgomery, 2009). Data dengan model distribusi Poisson juga dapat diterapkan pada peta kendali shewhart. Namun dalam proses produksi terdapat pergeseran-pergeseran nilai atau terjadi suatu rentang proses yang kecil maka peta kendali *Shewhart* kurang sensitif dalam mendeteksinya. Oleh karena itu, dibutuhkan peta kendali lain yang dapat mengatasi masalah keragaman hasil produksi saat adanya pergeseran-pergeseran kecil dalam produksi. Peta kendali *Cumulatif Sum* (CUSUM) dan *Exponentially Weighted Moving Average* (EWMA) merupakan alternatif yang tepat untuk masalah tersebut. Namun dalam penelitian ini hanya dikaji mengenai peta kendali EWMA.

Pengkajian terhadap peta kendali EWMA untuk data Poisson telah dibahas oleh beberapa peneliti seperti Boror (1998) membahas mengenai pemantauan pengamatan Poisson menggunakan peta kendali EWMA. Hasil penelitian tersebut adalah menyajikan cara untuk memperluas bagan EWMA ke kasus data Poisson, memperoleh ARL untuk bagan EWMA Poisson ini dengan menggunakan pendekatan rantai Markov. Salah satu keuntungan dari pendekatan tersebut adalah bahwa ARL untuk grafik EWMA Poisson biasanya lebih kecil daripada ARL untuk grafik-c Shewhart dan untuk grafik EWMA yang dimodifikasi Gan. Selain itu, batas bawah grafik Poisson EWMA biasanya positif sehingga perubahan rata-rata proses dapat dideteksi.

Kemudian Gan (1990) membahas peta kendali Poisson EWMA dua sisi klasik. Dalam penelitiannya membandingkan average run length Poisson EWMA dengan Shewart (Shu dkk. 2011). Penelitian tersebut menunjukan peta kendali EWMA satu sisi yang dimodifikasi lebih efektif daripada peta kendali Shewhart dalam mendeteksi pergeseran kecil. Keefektifan peta kendali EWMA yang dimodifikasi ini meningkat seiring dengan semakin kecil nilai lambda. Peta kendali EWMA dua sisi yang dimodifikasi secara simetris lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran kecil. Selain itu, peta kendali modifikasi EWMA dua sisi mendeteksi pergeseran besar dengan cepat.

Peta kendali Poisson EWMA banyak digunakan untuk proses produksi dimana mean dan variansi dari sampel sama. Pada kenyataannya data atribut seringkali memperlihatkan perbedaan variansi dan mean sampel yaitu variansi sampel lebih besar dari mean sampel (overdispersi) atau vairansi sampel lebih kecil dari mean sampel (underdispersi). (Ismail & Jemain, 2007).

Penggunaan analisis data yang tidak sesuai dengan kondisi data tidak saja akan menghasilkan suatu kesimpulan atau inferensi yang tidak bermanfaat (*meaningless*) tetapi dalam kondisi tertentu bahkan banyak yang menyesatkan (*misleading*). Untuk itu diperlukan suatu analisis yang sesuai dengan data.

Ada beberapa distribusi yang telah diperkenalkan oleh para ahli untuk mengatasi masalah overdispersi dan undersipersi. Salah satu model yang dapat mengatasi masalah tersebut adalah distribusi generalized Poisson (GP). Menurut Lambert (1992) distribusi GP merupakan distribusi perluasan dari distribusi Poisson. Selain distribusi GP juga terdapat distribusi lain yang dapat mengatasi masalah overdispersi yaitu distribusi distribusi Zero-Inflated Poisson (ZIP) yaitu untuk kasus dengan data yang ada terlalu banyak mengandung nilai nol.

Menurut Sim dan Lim (2008), jika jumlah kecacatan suatu produk berdistribusi Poisson, kemudian dalam beberapa proses sampling banyak pengamatan dengan jumlah kecacatan nol dibanding pengamatan yang berdistribusi Poisson, maka proses tersebut akan berdistribusi Zero-inflated

Poisson (ZIP) dan estimasi dari rata-rata sampel cenderung dibawah perkiraan rata-rata dari distribusi Poisson. Jika estimasi varian lebih besar dari pada rata-rata maka akan terjadi overdispersi, dan estimasi batas peta kendali lebih sempit dibandingkan batas kendali berdistribusi Poisson. Batas yang lebih sempit ini mendorong kearah suatu tanda bahaya palsu ketaka digunakan untuk mendeteksi suatu kasus yang keluar kontrol.

Penelitian mengenai peta kendali EWMA berdistribusi ZIP telah dilakukan oleh Leong dkk (2015) yang membahas mengenai penggunaan peta kendali EWMA berdistribusi ZIP pada kasus pengawasan kondisi penyakit. Dalam penelitian tersebut dibandingkan kinerja dari peta kendali Bernoulli ZIP-EWMA dan CTR ZTP-EWMA. Penelitian tersebut menunjukan bahwa peta kendali Bernoulli ZIP-EWMA memiliki kinerja yang lebih baik dibanding peta kendali CTR ZTP-EWMA. Akan tetapi, model ZIP ini kurang tepat untuk mengatasi masalah overdispersi atau underdispersi. Sehingga diperlukan suatu distribusi lain yang yang tepat untuk mengatasi permasalahan tersebut. Salah satunya adalah dengan menggunakan distribusi Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP).

Femoye & Singh (2006) menyatakan bahwa distribusi ZIGP merupakan perluasan dari distribusi Poisson dan merupakan gabungan dari distribusi ZIP dan Distribusi GP. Sehingga distribusi ZIGP ini dapat diterapkan pada data atribut yang menunjukan sifat overdispersi atau underdispersi serta mempunyai frekuensi nol yang lebih banyak.

Berdasarkan latar belakang tersebut, penulis tertarik untuk mengkaji ulang penggunaan peta kendali EWMA untuk data berdistribusi Zero-Inflated

Generalized Poisson atau biasa disebut dengan peta kendali ZIGP EWMA. Hal tersebut kemudian dinyatakan dalam tugas akhir ini dengan judul **"Peta Kendali Zero-Inflated Generalized Poisson Exponetially Weighted Moving Average (ZIGP EWMA)"**

B. Rumusan Masalah

Rumusan masalah yang akan dibahas dalam penelitian ini adalah: .

1. Bagaimana menentukan peta kendali ZIGP EWMA.
2. Bagaimana tingkat keakuratan Average Run Length (ARL) dari peta kendali ZIGP EWMA dan membandingkannya dengan ZIP EWMA.

C. Batasan Masalah

Dalam penelitian ini akan dilakukan konstruksi batas kendali yaitu UCL dan LCL pada peta kendali EWMA dimana pada data yang diteliti bersifat saling bebas . Simulasi data dilakukan dengan membangkitkan data yang berdistribusi Poisson yang memiliki sifat underdispersi, overdispersi, dan proporsi data nol yang lebih besar daripada proporsi data nol distribusi Poisson.

D. Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah:

1. Menentukan peta kendali ZIGP EWMA
2. Menganalisis keakrutan Average Run Length peta kendali ZIGP EWMA dan membandingkannya dengan ZIP EWMA.

E. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini yaitu memberikan pemahaman dan pengetahuan kepada pembaca khususnya penulis mengenai peta kendali Zero-Inflated Generalized EWMA untuk data berdistribusi Poisson atau biasa disebut dengan peta kendali Zero-Inflated Generalized Poisson EWMA.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

A. Ekpektasi, Kovarians dan Varians Jumlah dari Variabel Acak

Variabel acak adalah suatu fungsi yang memetakan anggota dari ruang sampel ke bilangan real. Ekspektasi dari variabel acak disimbolkan dengan $E(X)$. Ekspektasi sering disebut juga sebagai nilai harapan dan didefinisikan oleh:

$$E(g(X_i)) = \sum_{i=0}^{n} g(X_i)P_{X_i} \quad \text{, (jika } x \text{ diskrit)}$$

$$E(X) = \int_{X_1}^{X_n} g(X)P_X \, dX \quad \text{, (jika } x \text{ kontinyu)}$$

P_X merupakan fungsi masa peluang dari suatu distribusi. Konsep ekspektasi memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $E(aX) = aE(X)$, a adalah konstan.
2. $E(aX + bY) = aE(X) + bE(Y)$, dimana a, b konstan dan X, Y variabel acak

Kovarian dari dua variabel acak X dan Y, yang ditandai dengan Cov (X,Y), didefinisikan oleh Ross (2010).

$$Cov\ (X,Y) = E[(X - E[X])(Y - E[Y])]$$

$$= E\big[XY - YE[X] - XE[Y] + E[X]E[Y]\big] \qquad (2.1)$$

$$= E[XY] - E[Y]E[X] - E[X]E[Y] + E[X]E[Y]$$

$$= E[XY] - E[X]E[Y]$$

Misalkan *X,Y,Z*variabel acak, konsep kovarians memenuhi sifat-sifat berikut:

1. $Cov\ (X,X) = Var\ (X)$
2. $Cov\ (X,Y) = Cov\ (Y,X)$
3. $Cov\ (X,Y+Z) = Cov\ (X,Y) + Cov\ (X,Z)$

Sifat ketiga tersebut dengan mudah digeneralisasi untuk memberikan hasil berikut

$$Cov\left(\sum_{i}^{n} X_i, \sum_{j}^{m} Y_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} Cov\ \left(X_i, Y_j\right) \qquad (2.2)$$

Dari persamaan (2.4) dapat diperoleh varians dari jumlahan variabel acak, sebagai berikut:

$$Var\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = Cov\left(\sum_{i=1}^{n} X_i, \sum_{j=1}^{n} X_j\right) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} Cov\left(X_i, X_j\right)$$

$$= \sum_{i=1}^{n} Cov\left(X_i, X_i\right) + \sum_{i=1}^{n}\sum_{j\neq 1} Cov\left(X_i, X_j\right) = \sum_{i=1}^{n} Var\left(X_i\right) + 2\sum_{i=1}^{n}\sum_{j<1} Cov\left(X_i, X_j\right) \qquad (2.3)$$

Jika $X_i,\ i = 1, \dots, n$ adalah variabel acak yang saling bebas. Maka persamaan (2.5) menjadi,

$$Var\ \left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right) = \sum_{i=1}^{n} Var\ \left(X_i\right) \qquad (2.4)$$

Cryer (2008). Merumuskan bahwa untuk mengetahui sifat kovarians dari berbagai model *time series*, hasil berikutakan digunakan berulang-ulang maka

$c_1, c_2, \dots, c_m$ dan $d_1, d_2, \dots, d_n$ adalah konstanta $t_1, t_2, \dots, t_m$ dan $s_1, s_2, \dots, s_n$ adalah titik waktu, maka

$$Cov\left[\sum_{i=1}^{m} c_1 Y_{t_i}, \sum_{j=1}^{n} d_j Y_{s_j}\right] = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} c_i d_j Cov\left(Y_{t_i}, Y_{s_j}\right) \quad (2.5)$$

Seperti halnya Ross (2010), Cryer (2008) juga merumuskan varians dari jumlahan pada variabel acak khususnya pada model *time series* sebagai berikut:

$$Var\left[\sum_{i=1}^{n} c_i Y_{t_i}\right] = \sum_{i=1}^{n} c_i^{\,2} Var\left(Y_{t_i}\right) + 2\sum_{i=2}^{n}\sum_{j=1}^{i-1} c_i c_j Cov\left(Y_{t_i}, Y_{t_j}\right) \quad (2.8)$$

B. Distirubusi Poisson-Lexis

Probabilitas keberhasilan dapat berubah dari percobaan ke percobaan di dalam satu kumpulan percobaan tertentu dan dari kumpulan percobaan ke kumpulan percobaan lainnya. Literatur tentang masalah ini dijelaskan oleh Per Otestad pada tahun 1943 dengan memperkenalkan jenis seri statistik baru dengan nama distribusi Poisson-Lexis. Persamaan berikut merupakan bentuk umum fungsi peluang masa dari distribusi Poisson-Lexis:

$$\boldsymbol{P_x = \binom{n}{x} g(p)(f(p))^x(1 - f(p))^{n-x}}$$

dengan

P_x : fungsi masa peluang distribusi

$g(p)$: perubahan peluang sukses dari himpunan ke himpunan lain

$f(p)$: perubahan perulang sukses dari satu percobaan ke percobaan lain

p : peluang sukses

C. Distribusi Generalized Binomial

Distibusi Generalied Binomial diperkenalkan setelah distribusi Generalized Poisson diperkenalkan oleh Amarendra Mishra dan Jitendra Kumar Shinra pada tahun 1981 (Mishra, 1981). Namun Distibusi Generalied Binomial dapat menjelaskan asal dari distribusi generalized poisson. Distibusi Generalied Binomial merupakan anggota dari seri distribusi Poisson-Lexis. Dengan mensubstitusi $f(p) = p_1 + xp_2$ dan $g(p) = \frac{p_1}{p_1+xp_2}$ pada bentuk umum fungsi peluang masa dari keluarga distribusi Poisson-Lexis dapat diperoleh fungsi peluang masa distribusi generalized binomial yaitu:

$$P_x(n, p_1, p_2) = \binom{n}{x} p_1(p_1 + xp_2)^{x-1}(1 - p_1 - xp_2)^{n-x}$$

D. Distribusi Zero-Inflated Poisson (ZIP)

Suatu distribusi dikatakan memiliki sifat zero inflated jika dan hanya jika terjadi penyimpangan pada $x = 0$ pada distribusi tersebut. Penyimpangan tersebut menyebabkan jumlah data (n) pada $x = 0$ lebih banyak dari yang seharusnya. Pada distribusi Poisson, kasus zero-inflated menyebabkan $n(x)_{\text{ZIP}} > n(x)_{\text{Poisson}}$ untuk nilai mean yang sama. Sehingga model Zero-Infalted Poisson (ZIP) merupakan distribusi campuran sederhana untuk data diskrit dengan banyak peristiwa nol.

Kasus zero-inflated pada distribusi ZIP menyebabkan peluang kejadian pada saat $x = 0$ lebih besar jika dibandingkan dengan distribusi poisson.Akan tetapi jika peluang pada saat $x = 0$ sama dengn distribusi poisson, peluang kejadian pada distribusi ZIP akan sama dengan distribusi poisson. Sehingga suatu variabel acak X dikatakan berdistribusi ZIP, jika dan hanya jika fungsi peluangnya berbentuk

$$P_x = p(x) \begin{cases} \omega + (1-\omega)e^{-\lambda} & ,x = 0 \\ \dfrac{(1-\omega)e^{-\lambda}\lambda^x}{x!} & ,x > 0 \\ 0 & ,x < 0 \end{cases}$$

Dimana:

x = variabel acak dari kecataan didalam suatu sampel unit

λ = rata-rata dari kecacatan didalam suatu sampel unit,

ω = proporsi nol kecacatan didalam suatu sampel unit

Berdasarkan persamaan (2.4) dapat ditentukan mean dari fungsi masa peluang ZIP yaitu

$$\mu_0 = E(x) = \sum_{x=0}^{\infty} p(x)\,.\,x$$

$$= \omega.0 + (1-\omega)\sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} x$$

$$= (1-\omega)\lambda e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= (1-\omega)\lambda$$

Untuk menentukan peluang dari distribusi ZIP, sebelumnya perlu untuk menentukan nilai $E(x^2)$ yaitu:

$$E(x^2) = \sum_{x=0}^{\infty} p(x)\, x^2$$

$$= \omega.0 + (1-\omega) \sum_{x=0}^{\infty} \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!} (x(x-1) + x)$$

$$= (1-\omega)\lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{x=2}^{\infty} \frac{\lambda^{x-2}}{(x-2)!} + (1-\omega)\lambda e^{-\lambda} \sum_{x=1}^{\infty} \frac{\lambda^{x-1}}{(x-1)!}$$

$$= (1-\omega)(\lambda^2 + \lambda)$$

Sehingga varians dari distribusi ZIP adalah:

$$V(x) = E(x^2) - \left(E(x)\right)^2$$

$$= (1-\omega)(\lambda^2 + \lambda) - (1-\omega)^2 \lambda^2$$

$$V(x) = (1-\omega)\lambda(1 + \lambda\omega)$$

E. Distribusi Generalized Poisson

Pengembangan dari distribusi Poisson pertama kali diperkenalkan oleh Consul pata tahun 1992 yang dikenal sebagai generalized Poisson (GDP). Bentuk distribusi ini umumnya digunakan untuk menjelaskan sejumlah data cacah yang memperlihatkan sifat-sifat overdispersi atau underdispersi. Famoye dkk (2003) mendefinisikan GP sebagai

$$P_x = \begin{cases} \exp(-\frac{1}{\varphi}\left(\lambda + x(\varphi - 1)\right)) \dfrac{\lambda(\lambda + x(\varphi - 1))^{x-1}}{\varphi^x x!} & , x \geq 0 \\ 0 & , x < 0 \end{cases}$$

dimana: λ = rata-rata terjadinya suatu peristiwa $\lambda = n.p$

x = banyaknya kejadian suatu peristiwa

φ = rasio varian dan rata-rata dari x

Rata-rata dan variansi dari variabel acak X yang mengikuti distribusi Poisson dengan parameter λ masing masing adalah:

$$E(x) = \lambda \text{ dan } V(x) = \lambda\varphi^2$$

Jika φ = 0 maka distribusi GP akan menjadi distribusi Poisson. Jika φ > 1 maka distribusi GP mereprentasikan data diskrit yang overdispersi, dan jika φ < 1 underdispersi.

F. Distribusi Zero-Inflated Generalized Poisson (ZIGP)

Distribusi ZIGP merupakan salah satu distribusi yang menjelaskan data diskrit dengan banyaknya data yang bernilai nol (*zero-inflated*) dan terjadi overdispersi. Famoye dan Singh (2003) mendefinisikan fungsi densitas probabilitas ZIGP sebagai gabungan dari fungsi densitas Probablititas ZIP dan GP, sehingga fungsi densitas probabilitas distribusi ZIGP dapat dituliskan sebagai berikut,

$$P_x = \begin{cases} \omega + (1-\omega)\exp(-\lambda/\varphi) & ,x = 0 \\ (1-\omega)\exp(-\frac{1}{\varphi}\left(\lambda + x(\varphi - 1)\right))\dfrac{\lambda(\lambda + x(\varphi-1))^{x-1}}{\varphi^x x!} & ,x > 0 \\ 0 & ,x < 0 \end{cases}$$

diimana;

ω = proporsi nol kecacatan didalam suatu sampel unit

λ = rata-rata dari kecacatan didalam suatu sampel unit,

φ = rasio varian dan rata-rata dari x

Rata-rata dari data berdistribusi ZIGP adalah $E(X) = (1-\omega)\lambda$ dan $Var(X) = (1-\omega)\lambda(\varphi^2+\lambda\omega)$,

G. Underdispersi dan Overdispersi

Pada distribusi Poisson mensyaratkan equidispersi, yaitu kondisi dimana nila rata-rata dan varian dari variabel bernilai sama. Namun, adakalanya terjadi fenomena underdispersi dalam data yang berdistribusi Poisson. underdispersi berarti varian lebih kecil dari rata-rata. Kategori yang digunakan untuk menguji adanya underdispersi dan overdispersi adalah nilai *deviance*. Bentuk statistik *deviance* adalah

$$D = 2\sum_{i=0}^{n} x_i log\left(\frac{x_i}{\mu}\right)$$

Jika hasil bagi antara nilai statistik D terhadap derajat bebasnya atau statistik χ^2 terhadap derajat bebasnya kurang dari 1, maka diindikasi telah terjadi overdispersi pada distribusi Poisson. Sedangkan jika nilai hasil bagi lebih besar dari 1 maka diindikasi telah terjadi overdispersi.

H. Peta Kendali Exponentially Weighted Moving Average (EWMA)

Peta kendali *Exponentially Weighted Moving Average* atau dapat disingkat EWMA diperkenalkan pertama kali oleh S.W. Roberts pada tahun 1959 dan digunakan untuk memonitor proses dan mendeteksi adanya faktor terusut yang terlihat dari adanya pergeseran terus menerus dalam suatu proses. Peta kendali EWMA ini terutama digunakan untuk mendeteksi adanya pergeseran nilai mean yang kecil dalam suatu proses produksi. Dalam suatu proses produksi tertentu, pergeseran nilai mean dari suatu ukuran hasil produksi memiliki pengaruh yang cukup besar terhadap biaya produksi atau kualitas dari hasil produksi itu sendiri.

Berdasarkan penelitian Box dan Jenkins pada tahun 1976 serta Montgomery dan Johnson pada tahun 1976, peta kendali EWMA digunakan secara luas dalam pemodelan runtun waktu (*time series*) dan peramalan (*forecasting*). Rumus untuk titik plot Peta kendali EWMA dapat didefinisikan sebagai berikut:

$$Z_t = \xi X_t + (1 - \xi) Z_{t-1} \qquad , t = 1,2,3, \ldots \tag{2.9}$$

dengan: Z_t = nilai EWMA ke-t

ξ = parameter bobot yang bernilai antara 0 dan 1.

X_t = nilai pengamatan ke - t, t = 1, 2, . . t

t = banyaknya pengamatan

Z_{t-1} = nilai EWMA sebelumnya

I. Peta Kendali Poisson Exponentially Weighted Moving Average (Poisson EWMA)

Mengingat bahwa proses produksi yang berulang diambil dari urutan kualitas ukuran $X_1, X_2, \ldots, X_n$ dengan asumsi bahwa $X_1, X_2, \ldots, X_n$ adalah variabel acak Poisson yang terdistribusi saling bebas dan indentik dengan rataan μ. Proses dikatakan dalam kontrol ketika $\mu = \mu_0$ dan berada diluar kontrol ketika $\mu \neq \mu_0$. Untuk memantau proses tersebut, Borror dkk. (1998) mengajukan penggunaan peta kendali EWMA yang pertama kali diperkenalkan oleh Roberts (1959).

$$Z_t = \xi X_t + (1 - \xi) Z_{t-1} \qquad , t = 1,2,3, \ldots$$

dan

$$Z_0 = \mu_0$$

dengan: Z_0 = nilai awal

μ_0 = rata- rata

dari persamaan ini, dapat diketahui rata-rata dan variansi Poisson EWMA masing-masing adalah:

$$E(Z_t) = \mu_0 = \lambda \tag{2.10}$$

dan

$$Var(Z_t) = \frac{\lambda\xi}{2-\xi} Var(X_t) \tag{2.11}$$

Sehingga *Center Line* (CL), *Upper Control Limit* (UCL) dan *Lower Control Limit* (LCL) peta kendali Poisson EWMA adalah

$$\begin{aligned} UCL &= \lambda + L \sqrt{Var(Z_t)} \\ &= \lambda + L \sqrt{\frac{\lambda\xi}{2-\xi}} \end{aligned} \tag{2.12}$$

$$CL = \lambda$$

$$\begin{aligned} LCL &= \lambda - L \sqrt{Var(Z_t)} \\ &= \lambda - L \sqrt{\frac{\lambda\xi}{2-\xi}} \end{aligned} \tag{2.13}$$

dengan :

L = parameter batas kendali Shewhart

J. Pengertian Average Run Length

Average Run Length (ARL) adalah jumlah rata-rata titik sampel yang harus diplot pada bagan kendali sebelum suatu titik menunjukkan keadaan tak terkendali. Semakin kecil ARL, maka semakin kecil pula ekspektasi jumlah sampel yang diperlukan sampai terdapat sinyal *out of control*. Hal ini berarti semakin kecil ARL, semakin cepat grafik kendali mendeteksi adanya pergeseran (Montgomery, 2009). ARL merupakan ukuran yang sering digunakan dalam pengendalian kualitas statistik untuk mengevaluasi dan membandingkan kinerja berbagai peta kendali (Han & Tsung, 2009).

Dengan adanya ARL, jenis peta kendali terbaik dapat dipilih. Jika ARL dalam kendali, semakin besar nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan. Jika ARL di luar kendali, semakin kecil nilai ARL maka semakin baik jenis peta kendali yang bersangkutan (Montgomery, 2009).

ARL juga dapat digunakan untuk membandingkan akurasi untuk lebih dari satu jenis peta kendali pada suatu distribusi. Hal ini dapat dilakukan dengan menilai tingkat sensitifas peta kendali untuk mendeteksi keadaan dalam kendali maupun diluar kendali. Pada keadaan diluar kendali, ARL yang semakin kecil menunjukan akurasi atau sensitifitas dalam mendeteksi keadaan diluar kendali yang lebih baik. Sebaliknya pada keadaan dalam kendali, ARL yang semakin besar menunjukan akurasi atau sensitifitas dalam mendeteksi keadaan dalam kendali yang lebih baik

K. Average Run Length Markov Chain

Bila pengamatan yang diambil dari proses itu independen, maka penentuan ARL mudah ditentukan untuk diagram kendali Shewhart karena titik-titik yang diplot pada grafik bersifat independen. Berbeda halnya dengan urutan titik-titik yang diplot pada grafik Cusum dan EWMA yang tidak independen, sehingga dibutuhkan pendekatan lain untuk menemukan nilai ARL. Menurut Patel & Divecha, (2011), salah satu metode yang banyak digunakan dalam menentukan nilai ARL pada peta kendali CUSUM dan EWMA yaitu metode rantai markov yang dikembangkan oleh Brook dan Evans.

Patel & Divecha, (2011) menjelaskan bahwa Woodall dan Mahmoud (2005) mengusulkan resistansi sinyal merupakan standar deviasi dari suatu distribusi yang tidak mengarahkan ke sinyal out of control. Untuk grafik EWMA, resistansi sinyalnya adalah:

$$\text{RS (EWMA)} = \frac{h-(1-\xi)w}{\xi}$$

Batas kontrol untuk grafik EWMA adalah $\pm\, h$. Resistensi sinyal untuk peta kendali EWMA yang berhubungan dengan batas kendali Shewhart adalah:

RS (EWMA + Shewhart) =

$$\begin{cases} L & jika - h \leq w \leq (h-\xi L)/(1-\xi) \\ \dfrac{h-(1-\xi)w}{\xi} & jika\ (h-\xi L)/(1-\xi) \leq w \leq h \end{cases}$$

Resistansi sinyal tidak dapat melebihi parameter yang digunakan untuk mendapatkan batas Shewhart, yaitu L.

Prosedur untuk mendapatkan nilai ARL dengan menggunakan pendekatan rantai Markov sebagai berikut (Patel, 2011):

1. Matriks peluang transisi adalah $P = \begin{pmatrix} Q & (1-Q)1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$. Sub matriks Q berisi peluang terjadinya pergeseran dari satu keadaan sementara ke keadaan lainnya.
2. Menentukan parameter konstan ξ dari bobot EWMA yaitu {0.2, 0.5, 0.7, 0.8, 0.9} dan batas sigma L=3.
3. Membangkitkan data simulasi dengan menentukan nilai φ {0.6, 1, 1.4}, ω {0, 0.4, 0.8}, λ = 3, mean μ dan standar deviasi σ dari data simulasi yang dibangkitkan.
4. Menghitung UCL dan LCL.
5. Memilih jumlah sub-interval, $p = 2m + 1$, dimana m keterangan indeks matriks.
6. Menghitung lebar setiap interval yakni 2δ, dimana $\delta = \frac{UCL-LCL}{2p}$
7. Menghitung nilai dari $H_i = LCL + (2i + 5)\delta, \quad i = -m, -m+1, \dots, m$ untuk setiap sub-interval. H_i merupakan *midpoint* dari interval ke-i.
8. Menghitung peluang matriks transisi. Hitung Q_{ij}

$$Q_{ij} = P\left(\left(\frac{H_j + \delta - (1-\xi)H_i}{\xi} - \mu\right)\frac{1}{\sigma}\right) - P\left(\left(\frac{H_j - \delta - (1-\xi)H_i}{\xi} - \mu\right)\frac{1}{\sigma}\right)$$

Dimana, P adalah fungsi distribusi kumulatif dari variabel acak berdistribusi ZIGP.

9. Menghitung nilai ARL dengan rumus, $ARL = Q(I - Q)^{-1}1$, dengan $\boldsymbol{I}$ adalah matriks identitas berukuran $N \times N$, dan $\mathbf{1}$ merupakan vektor kolom yang berukuran $N \times 1$ dengan semua elemenya adalah 1.

   Dari rumusan tersebut akan diperoleh vektor ARL. Elemen pada vektor ARL tersebut yang menunjukan keadaan $Z_0 = \mu_0$ adalah entri tengah, yaitu entri ke $\left(\frac{p+1}{2}\right)$ pada vektor. Oleh karena itu, p sebaiknya bernilai ganjil sehingga akan diperoleh nilai tengah yang unik $(p = 2m + 1)$.

L. Penelitian Terdahulu

Beberapa penelitian sebelumnya yang digunakan sebagai latar belakang dan landasan dari penelitian ini, dapat dilihat pada Tabel 1 sebagai berikut:

Tabel 2.1. Daftar Penelitian Terdahulu

No	Nama (Tahun)	Hasil Penelitian
1	Abujiya dkk. (2016)	Sifat Run Length dari peta kendali CS-EWMA (Shewart Kombinasi-EWMA) menggunakan DMRSS (Double Median Ranked Set Sampling) secara substansial lebih efektif dalam mendeteksi pergeseran yang berbeda dalam rata-rata proses daripada peta kendali CS-EWMA berbasis RSS(rankes Set Sampling) dan MRSS (Mean Ranked Set Sampling) tanpa meningkatkan kondisi alarm palsu pada peta kendali
2	Gan (1990)	Peta kendali EWMA satu sisi yang dimodifikasi lebih efektif daripada peta kendali Shewhart dalam mendeteksi pergeseran kecil. Keefektifan peta kendali EWMA yang dimodifikasi ini meningkat seiring dengan semakin kecil nilai lambda. Peta kendali EWMA dua sisi yang dimodifikasi secara simetris lebih efektif dalam

		mendeteksi pergeseran kecil. Selain itu, peta kendali modifikasi EWMA dua sisi mendeteksi pergeseran besar dengan cepat.
3	Borror dkk (1998)	Menyajikan cara untuk memperluas bagan EWMA ke kasus data Poisson, memperoleh ARL untuk bagan EWMA Poisson ini dengan menggunakan pendekatan rantai Markov. Salah satu keuntungan dari pendekatan tersebut adalah bahwa ARL untuk grafik EWMA Poisson biasanya lebih kecil daripada ARL untuk grafik-c Shewhart dan untuk grafik EWMA yang dimodifikasi Gan. Selain itu, batas bawah grafik Poisson EWMA biasanya positif sehingga perubahan rata-rata proses dapat dideteksi.
4	Shu dkk (2011)	Hasil penelitian menunjukkan bahwa pengaturan ulang pengamatan atau pengamatan yang diubah dapat meningkatkan kinerja pendeteksian peningkatan laju Poisson, dibandingkan dengan cara konvensional untuk mengatur ulang statistik EWMA ke target. Meskipun transformasi normalisasi membuat data Poisson lebih mendekati normal, namun menghasilkan kinerja yang sedikit lebih buruk daripada bagan EWMA Poisson tanpa transformasi. Oleh karena itu, kami menyarankan untuk menggunakan pengamatan asli dalam grafik EWMA Poisson yang baru
5	Ismail & Jemain, (2005)	Pemilihan model regresi NB, GP, ZINB dan ZIGP terbaik tergantung pada banyak pertimbangan. Pertama, dengan pememeriksaan overdispersi, dan jika data sedikit overdispersi, dapat menyesuaikan data dengan regresi quasi-Poisson. Kedua, jika data sebagian besar tersebar dan tidak disebabkan oleh nol yang berlebihan tetapi karena variasi dalam data, data dapat menyesuaikan regresi NB dan GP. Ketiga, jika data kami tersebar secara

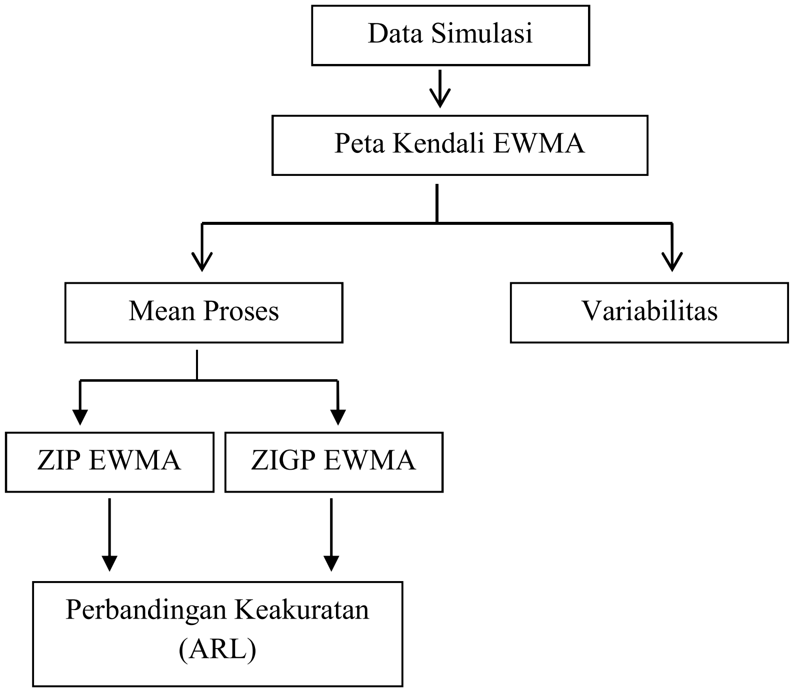
		berlebihan dan tanpa inflasi, dapat dimasukkan regresi tanpa inflasi (ZINB, ZIGP) dan rintangan (HNB, HGP). Namun demikian, model regresi rintangan tidak dibahas dalam penelitian ini. Akhirnya, pilihan antara model zero-inflated (ZINB, ZIGP) dan rintangan (HNB, HGP) harus didasarkan pada pengetahuan apriori tentang penyebab nol yang berlebihan dalam data. Model zero-inflated ditafsirkan sebagai campuran nol struktural dan sampling dari dua proses; proses yang menghasilkan kelebihan nol dari distribusi biner yang merupakan nol struktural, dan proses yang menghasilkan hitungan non-negatif dan nol dari distribusi Poisson atau NB yang merupakan nol sampling. Di sisi lain, model rintangan mengasumsikan bahwa semua nol adalah nol sampling. Oleh karena itu, sebagai pedoman kasar, jika kejadian hitungan tidak bergantung pada kondisi apapun dan dapat terjadi setiap saat, model rintangan harus dipasang. Namun, jika terjadinya peristiwa hitungan bergantung pada kondisi dan/atau waktu tertentu, seperti kasus pengurangan atau tidak ada diskon klaim dalam data asuransi, model inflasi nol lebih tepat.

M. Alur Penelitian

Peta kendali EWMA adalah salah satu alat pengendalian kualitas statistik yang dapat mengatasi masalah keragaman hasil produksi saat adanya pergeseran-pergeseran kecil dalam proses produksi. Data kualitas yang dihasilkan dari proses produksi tidak selalu dalam bentuk data kontinyu tapi juga dalam bentuk data atribut. Data atribut dapat dihasilkan ketika memonitor urutan jumlah diskrit seperti memeriksa jumlah item yang rusak per unit. Data hitungan ini sering dimodelkan dengan distribusi Poisson

Peta kendali Poisson EWMA banyak digunakan untuk mengontorol proses produksi dimana mean dan variansi dari sampel sama. Pada kenyataannya data atribut seringkali memperlihatkan perbedaan variansi dan mean sampel yaitu variansi sampel lebih besar dari mean sampel (overdispersi) atau vairansi sampel lebih kecil dari mean sampel (underdispersi). Untuk mengatasi masalah tersebut dapat digunakan distribusi lain yaitu distribusi Generlized Poisson (GP). Selain distribusi GP juga terdapat distribusi lain yang dapat mengatasi masalah overdispersi yaitu distribusi Zero Inflated Poisson Generalized (ZIGP) yaitu untuk kasus dengan data yang ada terlalu banyak mengandung nilai nol.

Melalui penelitian ini akan ditentukan parameter ekspetasi dan variansi model EWMA dengan asumsi overdispersi data berdistribusi Poisson dimana data yang digunakan adalah data simulasi. Kemudian, dengan mengkombinasikan parameter ekspetasi dan variansi dari distribusi GP dan distribusi ZIGP untuk menghasilkan Peta kendali GP EWMA dan Peta kendali ZIGP EWMA. Selanjutnya dilakukan analisis keakuratan dengan membandingkan nilai ARL pada masing-masing peta kendali tersebut. Bagan alur penelitian digambarkan sebagai berikut:



Gambar 2.1. Bagan Alur Penelitian

N. Definisi Operasional

Adapun definisi operasional pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Peta Kendali adalah suatu teknik yang dikenal sebagai metode grafik dan di gunakan untuk mengevaluasi apakah suatu proses berada dalam pengendalian kualitas secara statistik atau tidak sehingga dapat memecahkan masalah dalam menghasilkan perbaikan kualitas.
2. Distibusi *Zero Inflated Generalized Poisson* adalah distribusi Poisson dengan kasus overdisperi atau underdispersi dan data nol yang lebih besar daripada proporsi data nol distribusi poisson pada distribusi tersebut.
3. Model *Exponentially Weighted Moving Average* adalah suatu langkah estimasi terhadap volatilitas di masa yang akan datang dengan memberi bobot

lebih besar atas data observasi terkini dibandingkan dengan data masa sebelumnya.

4. Peta Kendali EWMA merupakan diagram kontrol yang digunakan untuk memonitor data atribut ataupun data variabel dengan menggunakan keseluruhan data-data lama dari proses bisnis atau industri.
5. UCL merupakan batas atas dari suatu peta kendali.
6. LCL merupakan batas bawah dari peta kendali.